



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: -

تاریخ برگزاری:

مرکز مشاوره قلم چی

①

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

اگر  $\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y}$  باشد، حاصل  $\frac{x^2y + xy^2 + x^2z}{yz^2 + y^2z + xz^2}$  کدام است؟  $(x + y + z \neq 0)$

بارم: ۱

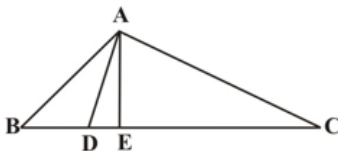
②

دشواری تشریحی قلم چی ۱۳۹۸

در شکل زیر مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است.

بارم: ۲

نسبت های  $\frac{BC}{DE}$  و  $\frac{DE}{BD}$  را به دست آورید.



③

دشواری تشریحی ۱۳۹۵

سه پاره خط به طول های ۶، x و ۴ مفروض اند. چند مثلث متفاوت وجود دارد که طول اضلاع آن برابر طول های این سه پاره خط باشد. به شرط آن که طول یکی از این پاره خط ها، میانگین هندسی طول های دو پاره خط دیگر باشد؟

بارم: ۱

④

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

اندازه ی زاویه های مثلثی به نسبت ۲، ۳ و ۵ می باشد. اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین زاویه در این مثلث چند درجه است؟

بارم: ۱

⑤

دشواری تشریحی قلم چی ۱۳۹۶

در مثلث ABC، نقطه N روی ضلع BC، این ضلع را به نسبت  $\frac{3}{5}$  تقسیم کرده است. با اتصال A به N، دو مثلث ABN و ANC ایجاد میشود. مساحت مثلث بزرگ تر چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

بارم: ۱.۷۵

⑥

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

اگر  $\frac{c+2a-3b}{x} = \frac{c}{5} = \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$  باشد، مقدار x کدام است؟

بارم: ۱

⑦

ساده تشریحی قلم چی ۱۳۹۸

مفاهیم زیر را تعریف کنید.

(الف) عکس قضیه

(ب) برهان خلف

(پ) واسطه هندسی

بارم: ۱.۷۵

⑧

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  باشد، آنگاه حاصل  $\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}$  همواره برابر چه مقداری است؟  $(b, d \neq 0)$

بارم: ۱

⑨

ساده تشریحی ۱۳۹۷

اگر  $\frac{a+2b}{2a+b} = \frac{3}{4}$  باشد، مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

بارم: ۱

۱۰

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

مساحت مثلث  $ABC$  سه برابر مساحت مثلث  $A'B'C'$  است. اگر ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  نصف ارتفاع وارد بر ضلع  $B'C'$  باشد، قاعده  $BC$  چند برابر قاعده  $B'C'$  است؟  
بارم: ۱

۱۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟  
بارم: ۱

۱۲

ساده تشریحی ۱۳۹۸

برای اندازه‌گیری ارتفاع یک درخت از تکه چوبی به طول  $80\text{ cm}$  استفاده شده است به‌گونه‌ای که سایه درخت و تکه چوب در یک امتداد بوده و نوک سایه‌ها برهم منطبق هستند. اگر طول سایه درخت و تکه چوب، به ترتیب ۲۵ و ۲ متر باشد، بلندی درخت چقدر است؟ (درخت و تکه چوب هر دو بر سطح زمین عمود هستند).  
بارم: ۱

۱۳

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

امتداد ساق‌های دوزنقه  $ABCD$ ، یکدیگر را در نقطه  $M$  قطع می‌کنند. اگر مجموع طول ساق‌های این دوزنقه برابر ۱۲ و طول قاعده‌های  $AB$  و  $CD$  به ترتیب ۲ و ۶ باشند، آن‌گاه حاصل  $MC + MD$  کدام است؟  
بارم: ۱

۱۴

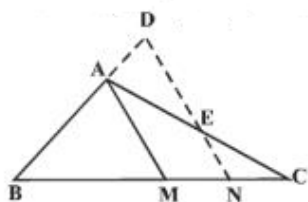
دشوار تشریحی ۱۳۹۶

در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، نقاط  $E$  و  $F$  به ترتیب بر ساق‌های  $AD$  و  $BC$  چنان واقع‌اند که  $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{2}{3}$ . اگر  $AB = DC = 10$  باشد، اندازه‌ی  $EF$  کدام است؟  
بارم: ۱

۱۵

دشوار تشریحی ۱۳۹۵

در مثلث  $ABC$  که در آن  $AB = \frac{2}{3}AC$ ، پاره‌خط  $ND$  موازی میانه  $AM$  است. نسبت  $\frac{AD}{AE}$  کدام است؟  
بارم: ۱



۱۶

دشوار تشریحی ۱۳۹۵

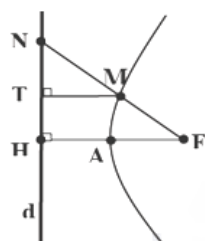
در مثلث  $ABC$  که در آن  $AB = 8$ ،  $AC = 10$  و  $BC = 12$  است، نقاط  $D$ ،  $E$  و  $F$  به ترتیب وسط‌های اضلاع  $AB$ ،  $AC$  و  $BC$  می‌باشند. مجموع محیط دو چهارضلعی  $DEFB$  و  $DECF$  برابر کدام است؟  
بارم: ۱

۱۷

متوسط نهایی ۱۴۰۱

در شکل روبرو سهمی با رأس  $A$  و کانون  $F$  و خط هادی  $d$  رسم شده است، از کانون  $F$  به نقطه دلخواه  $M$  روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا خط  $d$  را در  $N$  قطع کند و از نقطه  $M$ ،  $MT$  را بر  $d$  عمود کرده‌ایم.  
بارم: ۱

$$\text{ثابت کنید: } \frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$

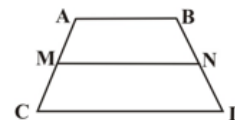


۱۸

متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

در شکل زیر  $AB$ ،  $CD$  و  $MN$  موازی هم هستند، ثابت کنید:

$$\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BD}$$



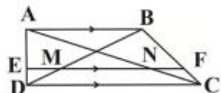
بارم: ۲

۱۹

متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۵

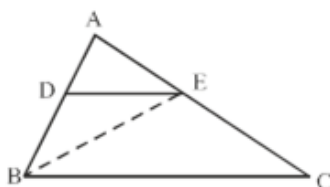
در دوزنقه‌ی  $ABCD$  مطابق شکل داریم  $EM=FN$ : ثابت کنید:  $EF \parallel CD \parallel AB$ 

بارم: ۱.۲۵



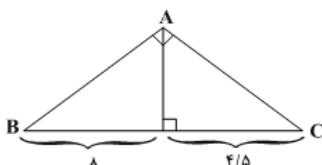
۲۰

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

در مثلث  $ABC$ ، پاره خط  $DE$  موازی ضلع  $BC$  است و  $AD = \frac{4}{5}DB$ . مساحت مثلث  $EBC$  چند برابر مساحت مثلث  $EBD$  است؟  
بارم: ۱

۲۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۴

در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ارتفاع وارد بر وتر، دو قطعه به طول‌های  $\frac{4}{5}$  و  $۸$  ایجاد کرده است. نسبت دو ضلع زاویه‌ی قائمه کدام می‌تواند باشد؟  
بارم: ۱

۲۲

دشوار تشریحی ۱۳۹۶

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع  $AH$  رسم شده است. اگر مساحت مثلث  $\frac{1}{8}$  برابر مساحت مثلث  $ABH$  باشد. نسبت فواصل پای ارتفاع وارد بر وتر از دو ضلع قائمه مثلث  $ABC$  چقدر است؟  
بارم: ۱

۲۳

ساده تشریحی ۱۳۹۶

نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر  $\frac{2}{5}$  و محیط مثلث بزرگ‌تر  $۱۵$  واحد بیشتر از محیط مثلث کوچک‌تر است. مجموع محیط‌های دو مثلث چند واحد است؟  
بارم: ۱

۲۴

ساده تشریحی ۱۳۹۸

مثلثی که دو زاویه آن  $۵۰^\circ$  و  $۷۵^\circ$  است با مثلثی که دو زاویه آن . . . است، متشابه است.  
بارم: ۱

۲۵

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

در یک مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائمه  $۶\sqrt{3}$  و  $۳\sqrt{6}$ ، فاصله بین پای ارتفاع و پای میانه وارد بر ضلع بزرگ‌تر چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟  
بارم: ۱

۲۶

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

مثلی به طول اضلاع ۲، ۴ و ۵ با مثلث دیگری به طول اضلاع ۴،  $a$  و  $b$  متشابه است. بیشترین مقدار  $a + b$  کدام است؟

بارم: ۱

۲۷

متوسط

تشریحی ۱۳۹۴

در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، حاصل ضرب سه ضلع،  $K$  برابر طول ارتفاع وارد بر وتر است. طول وتر چقدر است؟

بارم: ۱

۲۸

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )،  $AB = 2$  و  $AC = 3$  است. اگر ارتفاع  $AH$  وارد بر وتر در این مثلث باشد، آنگاه حاصل  $\frac{BH}{CH}$  کدام است؟

بارم: ۱

۲۹

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۵

مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه است ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع وارد بر  $BC$  را رسم کرده‌ایم.

بارم: ۱.۷۵

(الف) ثابت کنید مثلث‌های  $ABH$  و  $ACH$  متشابه‌اند.

(ب) ثابت کنید:  $AH = \frac{AB \times AC}{BC}$

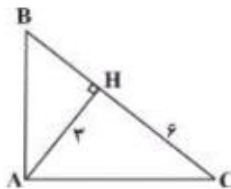
۳۰

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

در شکل زیر، مساحت مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  را به دست آورید.

بارم: ۲



۳۱

متوسط

تشریحی ۱۳۹۵

طول اضلاع یک مثلث ۲۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر است و محیط مثلث متشابه با آن برابر  $18/5$  سانتی‌متر است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضلع مثلث دوم کدام است؟

بارم: ۱

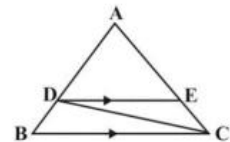
۳۲

دشواری

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

در شکل زیر مساحت مثلث  $DEC$ ، ۴۰ درصد مساحت مثلث  $ADE$  است. مساحت ذوزنقه  $DECB$  چند برابر مساحت مثلث  $ADE$  است؟

بارم: ۲



۳۳

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها  $\frac{5}{4}$  نسبت اضلاع است. مساحت مثلث کوچک‌تر چند برابر مساحت مثلث بزرگ‌تر است؟

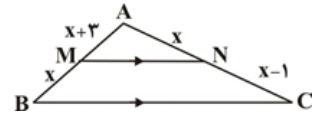
بارم: ۱

۳۴

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

در شکل زیر مساحت مثلث بزرگ تر چند برابر مساحت مثلث کوچک تر است؟  $MN \parallel BC$ 

بارم: ۱.۲۵



۳۵

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

مجموع نسبت ارتفاع‌ها و سه برابر نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر ۱۴ است. اگر محیط مثلث بزرگ‌تر برابر ۶۰ باشد، محیط مثلث کوچک‌تر کدام است؟

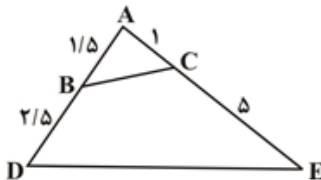
بارم: ۱

۳۶

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

با توجه به شکل روبه رو:

بارم: ۲.۵



الف) فاصله A از DE، چند برابر فاصله آن تا BC است؟ چرا؟

ب) مساحت چهارضلعی BCED، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟ چرا؟

۳۷

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۳ و ۵ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه M متقاطع‌اند. فاصله M از قاعده بزرگ‌تر کدام است؟

بارم: ۱

۳۸

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

اندازه محیط‌های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۸ واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگ‌تر ۹ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچک‌تر کدام است؟

بارم: ۱

۳۹

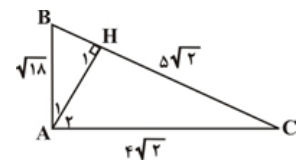
ساده تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

اگر نسبت محیط‌های دو شکل متشابه ۲ باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها کدام می‌تواند باشد؟

بارم: ۱

۴۰

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:  $BC = 5\sqrt{2}$  و  $AB = \sqrt{18}$  و  $AC = 4\sqrt{2}$ . اگر ارتفاع وارد بر BC باشد، مساحت مثلث ABH را به دست آورید.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱

$$\frac{x+y}{z} + 1 = \frac{y+z}{x} + 1 = \frac{z+x}{y} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z}{z} = \frac{x+y+z}{x} = \frac{x+y+z}{y}$$

$$\xrightarrow{x+y+z \neq 0} x = y = z \Rightarrow \frac{x^r y + x y^r + x^r z}{y z^r + y^r z + x z^r} = \frac{3x^r}{3x^r} = 1$$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲

می دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آن ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت های آن ها برابر است با نسبت اندازهٔ قاعده های آن ها. فرض سوال:

$$S_{\triangle ACE} = 3S_{\triangle ADE} = 2S_{\triangle ABD}$$

طبق نکته گفته شده داریم:

$$\frac{DE}{BD} = \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}}{\frac{1}{2}S_{\triangle ACE}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{DE} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\frac{11}{2}S}{S} = \frac{11}{2}$$

$$* : S_{\triangle ADE} = S \Rightarrow S_{\triangle ABD} = \frac{3}{2}S, S_{\triangle ACE} = 3S \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S + \frac{3}{2}S + 3S = \frac{11}{2}S$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۳

اگر هر بار طول یکی از این سه پاره‌خط را به عنوان میانگین هندسی طول‌های دو پاره‌خط دیگر در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$1) x^2 = 4 \times 6 \Rightarrow x = 2\sqrt{6} \Rightarrow \text{طول پاره‌خط‌ها } 4, 2\sqrt{6}, 6$$

$$2) 4^2 = 6x \Rightarrow x = \frac{8}{3} \Rightarrow \text{طول پاره‌خط‌ها } \frac{8}{3}, 4, 6$$

$$3) 6^2 = 4x \Rightarrow x = 9 \Rightarrow \text{طول پاره‌خط‌ها } 4, 6, 9$$

در هر سه حالت، شرط تشکیل مثلث (مجموع طول‌های هر دو ضلع بزرگ‌تر از طول ضلع سوم باشد) برقرار است، پس سه مثلث متفاوت قابل رسم است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴

زاویه‌های مثلث را به صورت  $2x, 3x$  و  $5x$  در نظر می‌گیریم. با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث  $180^\circ$  است، داریم:

$$2x + 3x + 5x = 180^\circ \Rightarrow 10x = 180^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$$

$$\text{زوایای مثلث: } \begin{cases} 2x = 36^\circ \\ 3x = 54^\circ \\ 5x = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{کوچک‌ترین زاویه} - \text{بزرگ‌ترین زاویه} = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

سوال ۵ گزینه درست: null تشریحی قلمچی ۱۳۹۶ دشوار



با توجه به اینکه دو مثلث ABN و ANC دارای ارتفاع های برابر هستند، پس نسبت مساحت آن ها به نسبت قاعده هایشان بستگی دارد. بنابراین:

$$S_{ABN} > S_{ANC}$$

همچنین دو مثلث ABN و ABC با قاعده های BN و BC هم ارتفاع هستند، پس:

$$\frac{S_{ABN}}{S_{ABC}} = \frac{5x}{8x} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow S_{ABN} = \frac{5}{8} S_{ABC}$$

سوال ۶ گزینه درست: null تشریحی قلمچی ۱۳۹۶ متوسط

با توجه به تناسب  $\frac{c}{5} = \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$  داریم:

$$\frac{c}{5} = \frac{4a}{4} = \frac{-3b}{-3} \Rightarrow \frac{c+4a-3b}{5+4-3} = \frac{c+4a-3b}{5+4-3}$$

$$= \frac{c+4a-3b}{6} = \frac{c}{5} = \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

سوال ۷ گزینه درست: null تشریحی قلمچی ۱۳۹۸ ساده

الف) اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم، به آنچه حاصل می شود، عکس قضیه گفته می شود.

ب) نوعی استدلال که در آن فرض می کنیم حکم غلط باشد و به یک تناقض یا گزاره غلط یا غیرممکن می رسیم و نتیجه می گیریم فرض غلط بودن حکم نادرست بوده و حکم نمی تواند غلط باشد.

پ) اگر  $b^2 = a \cdot c$  آنگاه b را واسطه هندسی a و c می نامیم.

سوال ۸ گزینه درست: null تشریحی قلمچی ۱۳۹۷ متوسط

با استفاده از ویژگی های تناسب داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a^r}{b^r} = \frac{c^r}{d^r} = k^r \Rightarrow \frac{a^r + c^r}{b^r + d^r} = \frac{a^r}{b^r} = \frac{c^r}{d^r} = k^r \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = k \\ \frac{c}{d} = k \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ac}{bd} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = k \times k = k^2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{a^r + c^r}{b^r + d^r} = \frac{ac}{bd}$$

سوال ۹ گزینه درست: null تشریحی قلمچی ۱۳۹۷ ساده

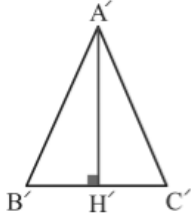
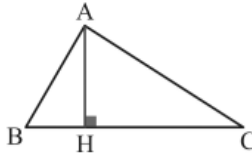
$$4a + 8b = 6a + 3b \Rightarrow 2a = 5b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۰



$$\text{طبق فرض : } \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle A'B'C')} = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{۲}AH \times BC}{\frac{1}{۲}A'H' \times B'C'} = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{A'H'} \times \frac{BC}{B'C'} = ۳$$

طبق فرض  $\frac{AH}{A'H'} = \frac{1}{۲}$ ، پس:

$$\frac{1}{۲} \times \frac{BC}{B'C'} = ۳ \Rightarrow \frac{BC}{B'C'} = ۶ \Rightarrow BC = ۶B'C'$$

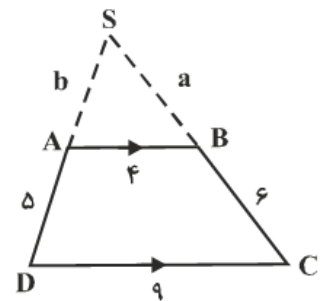
متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۱

مطابق شکل، ساق‌های دوزنقه ABCD به طول اضلاع  $AB = ۴$ ،  $CD = ۹$ ،  $AD = ۵$  و  $BC = ۶$  را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در S قطع کنند.



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+۵} = \frac{a}{a+۶} = \frac{۴}{۹}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+۵} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow ۹b = ۴b + ۲۰ \Rightarrow b = ۴ \\ \frac{a}{a+۶} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow ۹a = ۴a + ۲۴ \Rightarrow a = ۴/۵ \end{cases}$$

$$SAB \text{ محیط مثلث} = ۴ + ۴/۵ + ۴ = ۱۲/۵$$



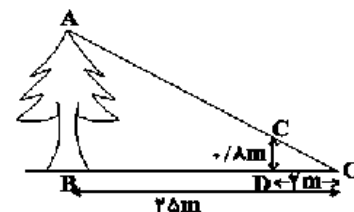
ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۲

درخت و تکه چوب هر دو بر سطح زمین عمود و در نتیجه با هم موازی می‌باشند.



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{CD}{AB} = \frac{OD}{OB} \Rightarrow \frac{8}{AB} = \frac{8}{25} = \frac{2}{25}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{25 \times 8}{2} = 100 \text{ m}$$

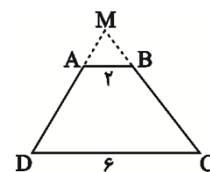
متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۳

از آن جا که  $AB \parallel CD$ ، پس بنا به تعمیم قضیه تالس در مثلث  $MCD$  داریم:



$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{MD - MA}{MD} = \frac{MC - MB}{MC} = \frac{2}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{MD} = \frac{BC}{MC} = \frac{2}{6}$$

$$MC + MD = \frac{3}{2}BC + \frac{3}{2}AD$$

$$= \frac{3}{2}(AD + BC) = \frac{3}{2} \times 12 = 18$$

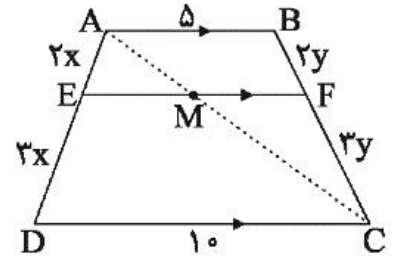
دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۴

A را به C وصل می‌کنیم و با دو قضیه‌ی تالس داریم:



$$\triangle ADC : EM \parallel DC \Rightarrow \frac{EM}{DC} = \frac{2x}{5x}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow EM = 4$$

$$\triangle ABC : MF \parallel AB \Rightarrow \frac{MF}{AB} = \frac{3y}{5y}$$

$$\Rightarrow \frac{MF}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow MF = 3$$

پس  $EF = EM + MF = 7$  است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

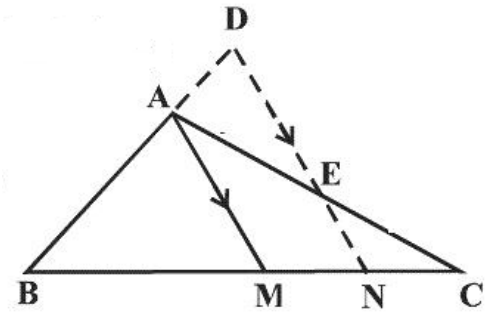
گزینه درست: null

سوال ۱۵

یک بار در  $\triangle AMC$  و بار دیگر در  $\triangle BDN$  تالس را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} AM \parallel NE \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} \\ AM \parallel DN \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{MN}{BM} \end{cases} \xrightarrow{BM=MC}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$$



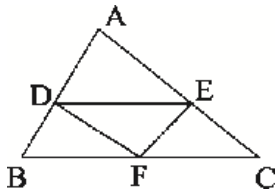
دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۱۶

باتوجه به رابطه‌ی  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{BF}{FC} = 1$  و براساس عکس قضیه‌ی تالس، واضح است که  $DE \parallel BC$ ،  $DF \parallel AC$  و  $EF \parallel AB$  و در نتیجه چهارضلعی‌های  $DEFB$  و  $DECF$ ، هر دو متوازی‌الاضلاع هستند.



$$\text{محیط } DEFB = 2BF + 2BD = BC + AB = 12 + 8 = 20$$

$$\text{محیط } DECF = 2FC + 2EC = BC + AC = 12 + 10 = 22$$

بنابراین مجموع محیط‌های این دو چهارضلعی، برابر ۴۲ است.

متوسط

نهایی ۱۴۰۱

گزینه درست: null

سوال ۱۷

روش اول:

بنا به تعریف سهمی  $MF = MT$  مثلث  $MFT$  متساوی الساقین است.  $\hat{M}TF = \hat{M}FM$  (۱)

از طرفی بنا به خطوط موازی  $FH \parallel MT$  و مورب  $FT$  نتیجه می‌شود  $\hat{M}TF = \hat{M}FM$  (۲)

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود  $TF$  نیمساز است. بنا به قضیه نیمساز در مثلث  $FHN$  داریم:

$$\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=FA} \frac{NF}{FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{2TH}$$

روش دوم:

$FH \parallel MT$  با توجه به قضیه تالس در مثلث  $NHF$ :

$$\xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{2TH} \quad \frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \xrightarrow{MT=MF} \left. \frac{\cancel{NF}}{FH} \frac{NM}{\cancel{MF}} \right\} \xrightarrow{FH=FA} \frac{NF}{FA} = \frac{NT}{TH} \quad \frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH}$$

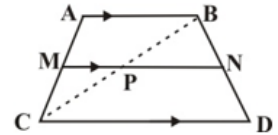
متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۸

در دوزنقه  $ABDC$ ، قطر  $BC$  را رسم می‌کنیم تا  $MN$  را در  $P$  قطع کند.



داریم:

$$\triangle ABC : MP \parallel AB \xrightarrow{\text{ثلثی}} \frac{MC}{MA} = \frac{CP}{PB} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{MA}{MC} = \frac{BP}{PC} \quad (۱)$$

$$\triangle BCD : PN \parallel CD \xrightarrow{\text{ثلثی}} \frac{BN}{ND} = \frac{BP}{PC} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{BN}{ND} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}$$

$$\frac{MA}{MA + MC} = \frac{BN}{BN + ND} \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BD}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۱۹

$$\triangle DAB : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{ثلثی}} \frac{DE}{DA} = \frac{DM}{DB} = \frac{EM}{AB} \quad (۱)$$

$$\triangle CBA : FN \parallel AB \xrightarrow{\text{ثلثی}} \frac{CF}{CB} = \frac{CN}{AC} = \frac{NF}{AB} \quad (۲)$$

$$\triangle BDC : MF \parallel CD \xrightarrow{\text{ثلثی}} \frac{DM}{DB} = \frac{FC}{BC} \quad (۳)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \text{ و } (۳) \Rightarrow \frac{EM}{AB} = \frac{NF}{AB} \Rightarrow EM = NF$$

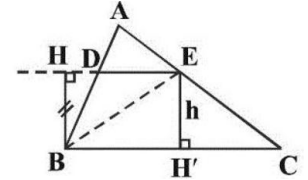
متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۰

مطابق شکل از آن جا که  $DE \parallel BC$ ، داریم:  $BH = EH = h$ ، پس:



$$\frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EBD}} = \frac{\frac{1}{2}h \cdot BC}{\frac{1}{2}h \cdot DE} = \frac{BC}{DE} \quad (*)$$

از طرفی:  $AD = \frac{4}{5}DB \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{4}{5}$  طبق فرض

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AD}{DB + AD} = \frac{4}{5 + 4} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{4}{9} \quad (1)$$

تعمیم قضیه تالس:  $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \xrightarrow{(1)} \frac{DE}{BC} = \frac{4}{9}$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EBD}} = \frac{BC}{DE} = 2.25$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

سوال ۲۱

$$h^2 = CH \times BH = 4/5 \times 8$$

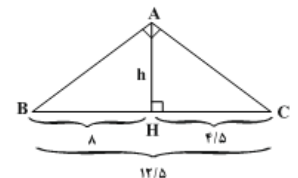
$$\Rightarrow h^2 = 32 \Rightarrow h = 6$$

$$\triangle ABH : AB^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow AB = 10$$

$$\triangle AHC : AC^2 = 6^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 36 + \frac{16}{25} = \frac{916}{25} \Rightarrow AC = \frac{15}{5} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$$

نسبت اضلاع قائمه:  $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$



دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

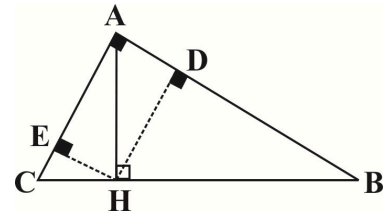
گزینه درست: null

سوال ۲۲

با توجه به فرض مسأله:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{S_{ABC} - S_{ABH}}{S_{ABH}} = \frac{9-5}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ACH}}{S_{ABH}} = \frac{4}{5}$$



از طرفی مثلث‌های ACH و ABH متشابه‌اند و می‌دانیم که در دو مثلث متشابه نسبت مساحت‌ها با مربع نسبت تشابه برابر است، پس:

$$k^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow k = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

EH و DH به ترتیب ارتفاع‌های مثلث‌های ACH و BHA هستند و می‌دانیم که در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها با نسبت تشابه برابر است، پس:

$$k = \frac{EH}{DH} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{DH}{EH} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۳

اگر P و P' محیط‌های دو مثلث باشند، داریم:

$$\begin{cases} \frac{P}{P'} = \frac{2}{5} \\ P' = P + 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{P+15} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5P = 2P + 30$$

$$\Rightarrow 3P = 30 \Rightarrow P = 10 \Rightarrow P' = 10 + 15 = 25$$

$$P + P' = 10 + 25 = 35 \quad \text{بنابراین:}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۴

مثلث اول را ABC می‌نامیم که در آن  $\hat{A} = 50^\circ$  و  $\hat{B} = 75^\circ$ ، داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} = 50^\circ + 75^\circ = 125^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

پس مثلث ABC با مثلثی که دو زاویه آن  $55^\circ$  و  $75^\circ$  است، بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه است.

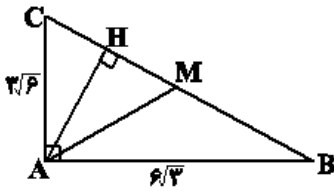
دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۵

ابتدا اندازه وتر را می‌یابیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 108 + 54 = 162 = 2 \times 81$$

$$\Rightarrow BC = 9\sqrt{2}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  داریم:

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{9 \times 6}{9\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

میانه  $AM$  نیز وتر را نصف می‌کند، پس:

$$CM = \frac{BC}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow MH = CM - CH = \frac{9\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = 1.5\sqrt{2}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۶

برای اینکه  $a + b$  ماکسیمم شود، باید نسبت تشابه حداکثر باشد. پس ضلع به طول ۴ از مثلث دوم را متناظر کوچکترین ضلع مثلث اول (یعنی ضلع به طول ۲) می‌گیریم و داریم:

$$k = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{b}{8} = \frac{c}{2} = k = 2 \Rightarrow a + b = 8 + 16 = 24$$

متوسط

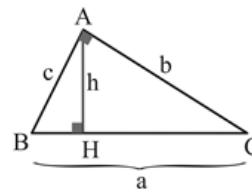
تشریحی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

سوال ۲۷

می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه، حاصلضرب وتر در ارتفاع وارد بر آن، برابر با حاصلضرب دو ضلع زاویه‌ی قائمه است. پس مطابق شکل، داریم:

$$b \cdot c = a \cdot h$$

همچنین طبق فرض داریم:  $a \cdot b \cdot c = K \cdot h$ 

پس از دو معادله‌ی بالا، نتیجه می‌شود:

$$a \cdot (a \cdot h) = K \cdot h \Rightarrow a^2 \cdot h = K \cdot h \Rightarrow a^2 = K \Rightarrow a = \sqrt{K}$$

متوسط

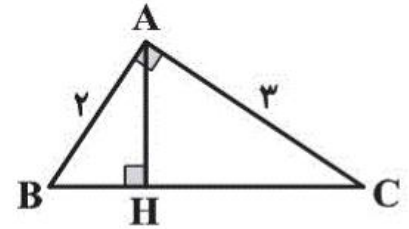
تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۸

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \quad \text{و} \quad AC^2 = CH \times BC$$



با تقسیم طرفین این دو رابطه بر یکدیگر، داریم:

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH \times BC}{CH \times BC} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{BH}{CH}$$

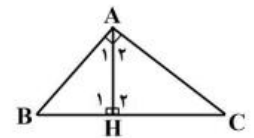
متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۲۹

(الف)



$$\triangle ABH : \hat{A}_1 + \hat{B} = 90^\circ$$

$$\triangle ABC : \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_\gamma$$

$$\begin{matrix} \triangle ABH \\ \triangle ACH \end{matrix} \begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_\gamma = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{A}_\gamma \end{cases} \quad \text{ز} \quad \triangle ABH \sim \triangle ACH$$

(ب)

$$\begin{matrix} \triangle ABH \\ \triangle ABC \end{matrix} \begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{B} \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC}$$

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۰

از تشابه دو مثلث  $\triangle ABH$  و  $\triangle AHC$  و نوشتن تناسب اضلاع داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 9 = 6 \times BH$$

$$\Rightarrow BH = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$BC = BH + CH = 1.5 + 6 = 7.5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 7.5 = \frac{22.5}{2} = 11.25$$



متوسط

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۳۱

نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه دو مثلث می‌باشد. بنابر فرض، اضلاع مثلث اول ۲۰، ۲۴ و ۳۰ است، پس محیط آن ۷۴ است، چون محیط مثلث دوم ۱۸/۵ است، پس نسبت تشابه دو مثلث برابر  $\frac{18/5}{74} = \frac{1}{4}$  است و اضلاع مثلث دوم برابر  $\frac{20}{4}$ ،  $\frac{24}{4}$ ،  $\frac{30}{4}$  یا ۵، ۶ و ۷/۵ می‌شود و اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها  $7/5 - 5 = 2/5$  است.

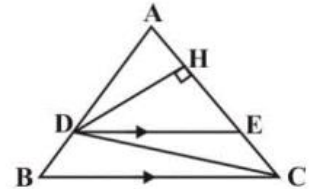
دشواری

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۲

ارتفاع رسم شده از رأس  $D$  در دو مثلث  $DEC$  و  $ADE$  یکسان است، بنابراین داریم:



$$\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{40}{100} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}DH \times EC}{\frac{1}{2}DH \times AE} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{EC}{AE} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AE}{AC} = \frac{5}{7}$$

دو مثلث  $ADE$  و  $ABC$  متشابه‌اند، (مشترک  $\hat{A} = \hat{A}$  و  $\hat{E} = \hat{C} \rightarrow DE \parallel BC$ ) بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49} \xrightarrow{\text{تغییر نسبت در مخرج}}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{DECB}} = \frac{25}{24} \Rightarrow \frac{S_{\triangle DECB}}{S_{ADE}} = \frac{24}{25}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۳

می‌دانیم اگر نسبت اضلاع دو مثلث متشابه  $k$  باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها  $k^2$  است. بنابراین:

$$k^2 = \frac{5}{2}k \Rightarrow k = \frac{5}{2}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6.25$$

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۴

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x+3}{x} = \frac{x}{x-1}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = x^2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{4/5}{6} = \frac{2}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{MNC}} = \left(\frac{6}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۵

در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه  $k$ ، نسبت ارتفاعها همان نسبت تشابه و نسبت مساحتها، مجذور نسبت تشابه است، پس داریم:

$$۳k^۲ + k = ۱۴ \Rightarrow ۳k^۲ + k - ۱۴ = ۰$$

$$\Rightarrow k = \frac{-1 \pm ۱۳}{۲ \times ۳} \Rightarrow \begin{cases} k = ۲ \\ k = -\frac{۷}{۳} \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

اگر محیط مثلثهای بزرگ و کوچک را به ترتیب با  $P_۱$  و  $P_۲$  نمایش دهیم، داریم:

$$\frac{P_1}{P_2} = k \Rightarrow \frac{۶۰}{P_2} = ۲ \Rightarrow P_2 = ۳۰$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۶

با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{1}{۴} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AED$$

پس:

الف) فاصله  $A$  از  $BC$  و  $DE$  برابر با طول دو ارتفاع متناظر از دو مثلث متشابه  $\triangle ABC$  و  $\triangle AED$  هستند، پس نسبت آن ها برابر با نسبت تشابه است. اگر فاصله های  $A$  از  $DE$  و  $BC$  را به ترتیب به  $h$  و  $h'$  نشان دهیم، داریم:

$$\frac{h'}{h} = \frac{AD}{AC} = ۴$$

(ب)

$$\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle ADE)} = \left(\frac{1}{۴}\right)^2 = \frac{1}{۱۶}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle ADE) - S(\triangle ABC)} = \frac{1}{۱۶ - 1}$$

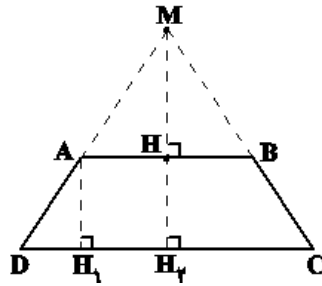
$$\Rightarrow \frac{S(\triangle ABC)}{S(BCED)} = \frac{1}{۱۵} \Rightarrow S(BCED) = ۱۵ S(\triangle ABC)$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۷



دو مثلث  $MAB$  و  $MDC$  متشابهند، پس در آن‌ها نسبت ارتفاع‌های نظیر، برابر با نسبت اضلاع نظیر است:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{MH}{MH_2} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{MH}{MH+2}$$

$$\Rightarrow 5MH = 3MH + 6 \Rightarrow MH = 3$$

در نهایت فاصله  $M$  از قاعده بزرگ‌تر برابر است با:

$$MH_2 = 3 + 2 = 5$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۸

محیط را  $P$  و مساحت را  $S$  نشان می‌دهیم، از آن‌جا که نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه است، داریم:

$$\text{نسبت تشابه} : k = \frac{P_1}{P_2} = \frac{8}{15}$$

از آن‌جا که نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه است، داریم:

$$k^2 = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow \left(\frac{8}{15}\right)^2 = \frac{S_1}{9} \Rightarrow S_1 = \frac{9 \times 8^2}{15^2} = \frac{64}{25} = 2\frac{14}{25}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۳۹

در دو شکل متشابه نسبت محیط‌ها با نسبت تشابه برابر است.

از طرفی در دو شکل متشابه نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. بنابراین:

$$4 = 2^2 = (\text{نسبت محیط‌ها})^2 = \text{نسبت مساحت‌ها}$$

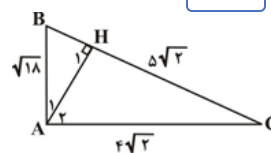
یعنی نسبت مساحتی ۴ یا  $\frac{1}{4}$  است.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۰



$$\begin{aligned}
 S_{ABC} &= \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 12 \\
 \Rightarrow \hat{B} &= \hat{B} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ABH \\
 \Rightarrow \hat{H} &= \hat{A} = 90^\circ \\
 \Rightarrow \frac{AB}{BC} &= K = \frac{\sqrt{18}}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{3}{5} \\
 \Rightarrow \frac{S_{ABH}}{S_{ABC}} &= K^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{ABH}}{12} = \frac{9}{25} \\
 \Rightarrow S_{ABH} &= \frac{12 \times 9}{25} = \frac{108}{25}
 \end{aligned}$$